الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n؛ $v_{n+1} = 5v_n + 4$

1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n؛ $u_n = v_n + 1$

أ- بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدها الأول $u_0 = 2$

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n

جـ- حلّل العدد 1250 إلى جداء عوامل أوليّة واستنتج أنّه حد من حدود المتتالية (u_n)

3) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

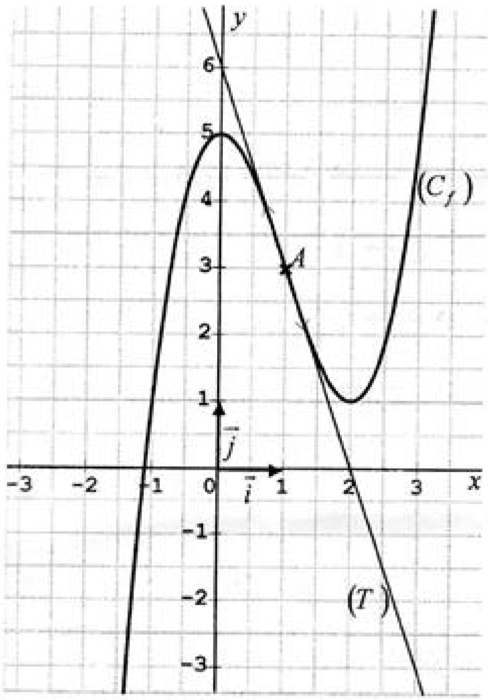
عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد 1435 هو:	8	5	2
2	إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإنّ باقي قسمة a على 8 هو:	-1	7	6
3	العددان 1435 و 2014 متوافقان بترديد:	2	4	3
4	إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإنّ:	$x^9 + y^9 \equiv 3[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 2[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 4[5]$
5	لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن:	$9 \equiv 7[6]$	$9 \equiv 7[2]$	$9 \equiv 7[3]$

<u>التمرين الثالث</u>: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;3)$ كما في الشكل:

I) بقراءة بيانية:



1) خمن نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) اكتب معادلة للمماس (T)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T)

ثمّ استنتج أنّ A هي نقطة الانعطاف للمنحنى (C_f)

4) عيّن حلول المتراجحة: $f(x) > 5$

II) إذا علمت أنّ f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل:

$f(x) = x^3 + ax^2 + b$ حيث: a و b عددان حقيقيان.

1) عيّن العددين a و b

2) تحقق من صحة إجاباتك السابقة حول:

أ) اتجاه تغير الدالة f

ب) معادلة المماس (T)

ج) نقطة الانعطاف A

د) حلول المتراجحة: $f(x) > 5$

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقاط)		06
1) $v_1=9$ ، $v_2=49$ ، $v_3=249$	0.75	
2) أ) $u_{n+1}=5u_n$ ، $q=5$ ، $u_0=2$	1	
ب) $u_n=2\times5^n$ ، $v_n=2\times5^n-1$	2×0.5	
جـ) $1250=2\times5^4$	0.75	
$2\times5^n=2\times5^4$ ومنه $n=4$ أي: $u_4=1250$	0.75	
3) أ) $S_n=\frac{1}{2}(5^n-1)$	1	
ب) $S'_n=\frac{1}{2}(5^n-1)-n$	0.75	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		06
1) الإجابة أ التبرير: $1435=5\times7\times41$ ومنه عدد القواسم $8=2\times2\times2$ أو إيجاد مجموعة القواسم وعدّها	1+0.5	
2) الإجابة ب التبرير: $a\equiv-1[8]$ ومنه $a\equiv7[8]$	0.5+0.5	
3) الإجابة ج التبرير: $2014-1435=3\times193$	0.5+0.5	
4) الإجابة ج التبرير: $x^9=2[5]$ و $y^9\equiv2[5]$ ومنه $x^9+y^9\equiv4[5]$	1+0.5	
5) الإجابة ب التبرير: $9\times3\equiv7\times3[2\times3]$ ومنه $9\equiv7[2]$	0.5+0.5	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		08
I. 1) التخمين: $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5+0.5	
2) اتجاه التغير: f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0;2]$	0.75	
جدول التغيرات:	0.5	
3) أ) معادلة (T): $y=-3x+6$ ، (T) معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامل التوجيه -3	0.75	
ب) دراسة الوضعية: (C_f) أسفل (T) على المجال $]-\infty;1[$ ، (C_f) أعلى (T) على المجال $]1;+\infty[$ و (C_f) يقطع (T) في A	0.50	
نقطة الانعطاف: (T) يخترق (C_f) في A ومنه A نقطة الانعطاف..	0.25	
4) مجموعة حلول المتراجحة هي $]3;+\infty[$	0.5	

II. 1) $a=-3$ ، $b=5$	0.5+0.5	
2) أ) $f'(x)=3x^2-6x$ وإشارته $\begin{array}{ccccccc} -\infty & + & 0 & - & 2 & + & +\infty \\ & & 0 & & 0 & & \end{array}$		
f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0;2]$	1	
ب) معادلة (T) : $y=f'(1)(x-1)+3$ أي: $y=-3x+6$	0.5	
ج) $f''(x)=6x-6$ وإشارته $\begin{array}{ccccc} -\infty & - & 1 & + & +\infty \\ & & 0 & & \end{array}$	0.75	
ومنه $A(1;3)$ نقطة انعطاف..		
د) $f(x)>5$ تكافئ $x^2(x-3)>0$ ومنه $x>3$ أي: $S=]3;+\infty[$	0.5	